

XVII edycja
Międzynarodowego Konkursu Matematycznego
„PIKOMAT”
rok szkolny 2009/2010

Etap II

Klasa IV

Zadanie 1

Narysuj prostokąt o wymiarach 9 cm na 25 cm, a następnie podziel go na pięć prostokątów, z których można złożyć kwadrat.

Zadanie 2

W szkolnej wycieczce brała udział cała klasa IVa. W drodze doszło do nieporozumień i uczestnicy wycieczki zostali podzieleni na dwie grupy. Gdyby Ania przeszła z grupy pierwszej do drugiej, to w pierwszej grupie byłaby trzecia część klasy. Gdyby Jaś, Marek i Michał przeszli z grupy drugiej do pierwszej, to w grupie tej znalazłaby się połowa klasy. Ilu uczniów liczy klasa IVa?

Zadanie 3

Postaw w odpowiednie miejsca znaki działań arytmetycznych, a może i nawiasy, aby poniższe równości były prawdziwe.

$$\begin{array}{cccccccc} & & & & 1 & 2 & 3 & 4 & = & 2 \\ & & & & & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & = & 2 \\ & & & & & & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & = & 2 \\ & & & & & & & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & = & 2 \\ & & & & & & & & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & = & 2 \end{array}$$

Zadanie 4

Babcia Jasia smaży racuszki swojej ukochanej wnuczce Kindze. Gdy racuszek podsmaży z jednej strony, odwraca go na drugą stronę. Podsmażenie racuszka z jednej strony trwa 35 sekund. Na patelni mieszczą się jednocześnie dwa racuszki. W jakim najkrótszym czasie babcia usmaży na patelni trzy racuszki?

Klasa V

Zadanie 1

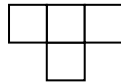
Czy jest taki prostokąt, którego długości boków są liczbami całkowitymi i dla którego długość obwodu wyraża się taką samą liczbą całkowitą co pole powierzchni?

Zadanie 2

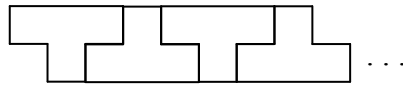
Wojtek wybrał się na spacer do będzińskiego zamku. Gdy miał jeszcze do pokonania $\frac{3}{4}$ drogi, spojrzął na zegarek – była godzina 12:00. Gdy pozostało mu do przebycia $\frac{2}{3}$ drogi, jego zegarek wskazywał kwadrans po 12:00. O której godzinie Wojtek stanie u podnóża zamku?

Zadanie 3

Oto figura w kształcie litery „T”, która składa się z czterech kwadracików jednostkowych.



Jaki będzie obwód podłużnego pasa (rys.) zbudowanego ze 125 takich figur?



Zadanie 4

Rozwiąż rebus arytmetyczny:

$$A + AB + ABC = BCB.$$

Jednakowym literom odpowiadają jednakowe cyfry.

Klasa VI

Zadanie 1

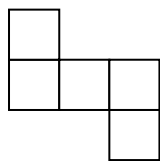
Na zajęciach koła matematycznego Marek zbudował model prostopadłościanu z klocków o wymiarach 1 cm × 1 cm × 2 cm. Taki sam model ułożył Janek z klocków o wymiarach 1 cm × 1 cm × 3 cm, jednakże do jego zbudowania użył o 50 klocków mniej niż Marek. Wspaniałego odkrycia dokonał kolega Marka i Janka – Józek, który zbudował identyczny model z klocków o wymiarach 1 cm × 1 cm × 4 cm. Z ilu klocków składa się model prostopadłościanu zbudowany przez Józka?

Zadanie 2

Pociąg pospieszny o długości 80 m relacji Katowice – Racibórz, jadący z prędkością 72 km/h, mija jadący w tę samą stronę pociąg osobowy o długości 120 m w ciągu 20 s. Jaka jest prędkość pociągu osobowego?

Zadanie 3

Poniższą figurę, składającą się z 5 kwadratów jednostkowych, rozetnij dwoma prostymi cięciami na 3 części, z których można złożyć kwadrat.



Zadanie 4

Podane symbole zastąp cyframi tak, aby działanie było poprawne. Jednakowym symbolom odpowiadają jednakowe cyfry, różnym – różne.

$$\begin{array}{r}
 \star \quad \diamond \quad \circ \quad \triangle \\
 - \triangle \quad \triangle \quad \odot \quad \square \\
 \hline
 \square \quad \circ \quad \star \quad \diamond
 \end{array}$$

Klasa I

Zadanie 1

Jakub ciągle prowadzi jakieś obserwacje w pobliżu swego miejsca zamieszkania. Oto zapiski ostatnich obserwacji Jakuba: „Pociąg osobowy w czasie $\frac{1}{4}$ minuty przejeżdża odległość równą swojej długości, a czasie 50 sekund przejeżdża przez wiadukt o długości 0,7 km”. Jaka średnią prędkość miał pociąg opisany przez Jakuba oraz jaka była jego długość?

Zadanie 2

Dane są dwie liczby trzycyfrowe, których suma jest równa 909. Jeżeli zamienimy jedną z cyfr pierwszej liczby z cyfrą drugiej liczby, to po dodaniu tych nowo utworzonych liczb otrzymamy sumę 711. Wyznacz te dwie liczby trzycyfrowe wiedząc, że wszystkie ich cyfry są różne.

Zadanie 3

Dany jest trapez, którego podstawy mają długości a i b ($a > b$). Jaka jest długość odcinka łączącego środki przekątnych trapezu?

Zadanie 4

Podaj miary kątów wszystkich trójkątów równoramiennych, które można podzielić na dwa trójkąty równoramienne. Swoją odpowiedź uzasadnij.

Klasa II

Zadanie 1

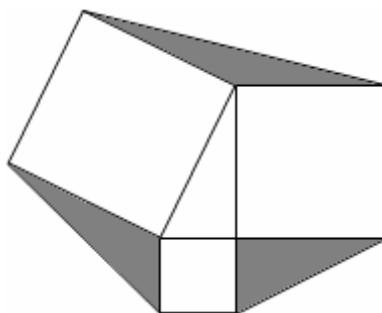
Pan Hilary ma dość specyficzne przyzwyczajenia, a mianowicie: spaceruje zawsze w jednakowym tempie, maszeruje dwa razy szybciej niż spaceruje, biegnie zaś trzy razy szybciej niż spaceruje. W sobotę, idąc do odległego o 3 km parku przez kilometr spacerował, przez kilometr maszerował i przez kilometr biegł. W niedzielę przeszedł tę samą trasę marszem i stwierdził, że zajęło mu to o 6 minut mniej niż w sobotę. Ile czasu zajęła temu panu droga do parku w sobotę?

Zadanie 2

Wyobraź sobie, że masz do dyspozycji 4900 sześcianów jednostkowych, z których budujesz model graniastosłupa prawidłowego czworokątnego. Otrzymany model malujesz na czerwono. Po wyschnięciu farby rozkładasz model na pojedyncze kostki. Wiedząc, że kostek z czerwoną co najmniej jedną ścianką jest tyle, ile kostek w ogóle niepomalowanych podaj wymiary oraz objętość zbudowanego wcześniej graniastosłupa.

Zadanie 3

Dany jest trójkąt prostokątny, w którym jedna z przyprostokątnych jest dwa razy dłuższa od drugiej. Na bokach tego trójkąta zbudowano kwadraty. Ich wierzchołki połączone, jak na rysunku. Jaka jest zależność między polami zacieniowanych trójkątów?



Zadanie 4

W zapisie

$$a + 4 \cdot \overline{bbbb} = \overline{abbbb}$$

zastąp a i b cyframi, aby otrzymać równość prawdziwą.

Klasa III

Zadanie 1

Na okręgu o promieniu 1, opisanym na prostokącie ABCD, obrano dowolnie punkt M.

Udowodnij, że $MA^2 + MB^2 + MC^2 + MD^2 = 8$.

Zadanie 2

Poniższy kwadrat z liczbą 35 w środku był kwadratem magicznym. Problem w tym, że 8 liczb zostało wymazanych.

	35	

Uzupełnij brakujące liczby, wiedząc, że są one co najwyżej dwucyfrowe oraz są liczbami pierwszymi.

Zadanie 3

Michał zaproponował Marcinowi następującą zabawę: „Poruszamy się robiąc kroki tej samej długości i po każdym kroku obracamy się o 12° w lewo. Jaki będzie tor naszego ruchu?”. Jaka powinna być odpowiedź Marcina? Swoją odpowiedź uzasadnij.

Zadanie 4

Dana jest liczba trzycyfrowa a . Tworzymy nową liczbę trzycyfrową b , zastępując każdą cyfrę liczby a cyfrą dopełniającą do dziewiątki (np. jeśli $a = 103$, to $b = 896$). Następnie piszemy te liczby jedna za drugą, najpierw b , potem a – powstaje liczba sześciocyfrowa (w naszym przykładzie 896103). Wykaż, że otrzymana w ten sposób liczba sześciocyfrowa dzieli się przez 37.

Opracowanie: Jan Domaszewicz, Marek Kawalko, Katarzyna Sikora, Katarzyna Żak

Informacje o przebiegu konkursu można znaleźć w Internecie pod adresem:
<http://www.ssodelta.edu.pl>